Universidad de la Frontera

Facultad de Ingeniería

Departamento de Matemática y Estadística

TEMUCO, Agosto 8 de 2013

Resolución Guía de Trabajo. Geometría Analítica.

Fundamentos de Matemáticas.

Profesores: P. Valenzuela - A. Sepúlveda - A. Parra - L. Sandoval - J. Molina - E. Milman - M. Choquehuanca - H. Soto - E. Henríquez.

Ayudante: Pablo Atuán.

1 Parábola.

1. $\boxed{\text{Solución:}}$ En las siguientes parábolas encuentre las coordenadas del vértice y foco, la ecuación de la directriz y la longitud de su lado recto.

   - $V(0,0), F(3,0), x = -3, L.R = 12.$
   - $V(0,0), F(0,3), y = -3, L.R = 12.$
   - $V(0,0), F(-2,0), x = 2, L.R = 8.$
   - $V(0,0), F(0,-1/2), y = 1/2, L.R = 2.$
   - $V(0,2), F(2,2), x = -2, L.R = 8.$
   - $V(4,21/2), F(4,19/2), y = 23/2, L.R = 4.$
   - $V(4,2), F(2,2), x = 6, L.R = 8.$
   - $V(1,0), F(5/4,0), x = 3/4, L.R = 1.$

   "Los demás ejercicios quedan para el estudiante"

2. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ la ecuación de la parábola buscada, donde $h = 0$, $k = 0$ y $p = 1/4$. Luego, la ecuación de la parábola queda determinada por $y^2 = x$. La coordenada del foco es $(1/4, 0)$. La directriz $x = -1/4$. Longitud de lado recto igual a 1.

3. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ la ecuación de la parábola buscada, donde $h = 0$, $k = 0$ y $p = 3$. Luego, la ecuación de la parábola queda determinada por $y^2 = 12x$. La directriz es $x = -3$.

4. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(x-h)^2 = -4p(y-k)$ la ecuación de la parábola buscada, donde $h = 0$, $k = 0$ y $p = 3$. Luego, la ecuación de la parábola queda determinada por $x^2 = -12y$. La directriz es $y = 3$.

5. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(x-h)^2 = -4p(y-k)$ la ecuación de la parábola buscada, donde $h = 0$, $k = 0$ y $p = 5$. Luego, la ecuación de la parábola queda determinada por $x^2 = -20y$.

6. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ la ecuación de la parábola buscada, donde $h = 0$, $k = 0$ y $p = 5$. Luego, la ecuación de la parábola queda determinada por $y^2 = 20x$.

7. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(y-k)^2 = -4p(x-h)$ la ecuación de la parábola buscada, donde $h = 0$, $k = 0$. Reemplazando el punto $(-2, 4)$ en la ecuación, tenemos que $p = 2$. Luego, la ecuación de la parábola queda determinada por $y^2 = -8x$. Donde el foco es el punto $(-2, 0)$ y la directriz es $x = 2$.

8. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(x-h)^2 = -4p(y-k)$ la ecuación de la parábola buscada, donde $h = 3$, $k = 4$. De donde se sigue que $p = 2$. Luego, la ecuación de la parábola queda determinada por:

   $$(x-3)^2 = -8(y-4)$$

   Donde la directriz es $y = 6$ y la longitud del lado recto es 8.

9. $\boxed{\text{Solución:}}$ Completando cuadrados tenemos que la ecuación de la parábola es de la forma:

$$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=6(y-3)$$

De donde, tenemos que $h=\dfrac{5}{2}, k=3$ y $p=\dfrac{3}{2}$. Luego, las coordenadas del vértice es $\left(\dfrac{5}{2},3\right)$. Las coordenadas del foco es $\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{9}{2}\right)$. La ecuación de la directriz es $y=\dfrac{3}{2}$. Longitud del lado recto igual a 6.

10. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $y^2+Dx+Ey+F=0$ la ecuación de la parábola pedida. Reemplazando los puntos $\left(\dfrac{3}{2},-1\right)$, $(0,5)$, $(-6,-7)$ y resolviéndo el sistema de ecuaciones, tenemos que la ecuación de la parábola queda determinada por: $(y-1)^2=-8(x-2)$.

11. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(y-k)^2=4p(x-h)$ la ecuación de la parábola pedida. Tenemos que $h=-4$, $k=3$ y $p=3$. Luego la ecuación de la parábola queda determinada por $(y-3)^2=12(x+4)$. La directriz es $x=-7$.

12. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(x-h)^2=-4p(y-k)$ la ecuación de la parábola pedida. Tenemos que $h=3$, $k=3$ y $p=2$. Luego la ecuación de la parábola queda determinada por $(x-3)^2=-8(y-3)$.

13. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(x-h)^2=-4p(y-k)$ la ecuación de la parábola pedida. Tenemos que $h=4$, $k=-1$ y $p=2$. Luego la ecuación de la parábola queda determinada por $(x-4)^2=-8(y+1)$.

14. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(y-k)^2=4p(x-h)$ la ecuación de la parábola pedida. Tenemos que $h=0$, $k=3$ y $p=5$. Luego la ecuación de la parábola queda determinada por $(y-3)^2=20x$.

15. $\boxed{\text{Solución:}}$ Reemplazando los puntos $(2,8)$ y $(-1,5)$ en la ecuación $y=ax^2+bx$ y resolviéndo el sistema de ecuaciones, tenemos que la ecuación es $y=3x^2-2x$.

16. $\boxed{\text{Solución:}}$ Sea $(y-k)^2=-4p(x-h)$ la ecuación de la parábola pedida. Tenemos que $h=4$, $k=-1$. Reemplazando el punto $(3,-3)$ en la ecuación, tenemos que $p=1$. Luego, la ecuación de la parábola queda determinada por $(y+1)^2=-4(x-4)$.