Universidad de la Frontera
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemática y Estadística

TEMUCO, Agosto 8 de 2013

Resolución Guía de Trabajo. Geometría Analítica.

Fundamentos de Matemáticas.
Profesores: P. Valenzuela - A. Sepúlveda - A. Parra - L. Sandoval - J. Molina - E. Milman - M. Choquehuanca - H. Soto - E. Henríquez.
Ayudante: Pablo Atuán.

1 Circunferencia.

1. Escribir la ecuación de la circunferencia de centro $C(-3,-5)$ y radio 7.

   Solución: Tenemos $(x+3)^2+(y+5)^2=49$.

2. Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos $A(2,3)$ y $B(-4,5)$. Hallar la ecuación de la circunferencia.

   Solución: Determinamos la longitud del diámetro utilizando la fórmula "Distancia entre dos puntos" como sigue:

$$\begin{aligned} d[(2,3):(-4,5)] &= \sqrt{(2-(-4))^2+(3-5)^2} \\ d &= \sqrt{6^2+(-2)^2} \\ d &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

   Luego, el radio es igual a $\sqrt{10}$. Por otra parte, determinamos el punto medio entre A y B para obtener el centro de la circunferencia como sigue:

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{2+-4}{2},\frac{3+5}{2}\right) \\ C &= (-1,4) \end{aligned}$$

   Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por $(x+1)^2+(y-4)^2=10$

3. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro $(7,-6)$ y que pasa por el punto $(2,2)$

   Solución: Reemplazando el centro $C(7,-6)$ en la fórmula general de la circunferencia tenemos que:

$$(x-7)^2+(y+6)^2=r^2$$

   Como la ecuación de la circunferencia pasa por el punto $(2,2)$, tenemos que:

$$\begin{aligned} (2-7)^2+(2+6)^2 &= r^2 \\ r^2 &= 89 \\ r &= \sqrt{89} \end{aligned}$$

   Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x-7)^2+(y+6)^2=89$$

   .

4. Hallar la ecuación de circunferencia que tiene por centro el punto $(2, -4)$ y que es tangente al eje y.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Reemplazando en centro $C(2, -4)$ en la fórmula general de la circunferencia tenemos que:

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = r^2$$

Como la circunferencia es tangente al eje y, tenemos que $r = 2$. Por lo tanto, nuestra ecuación de circunferencia queda determinada por:

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = 4$$

5. Una circunferencia tiene su centro en el punto $C(0, -2)$ y es tangente a la recta $5x - 12y + 2 = 0$. Hallar su ecuación.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Reemplazando el centro $C(0, -2)$ en la fórmula general de la circunferencia tenemos que:

$$x^2 + (y+2)^2 = r^2$$

Determinamos el radio de la circunferencia, utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta" como sigue:

$$\begin{aligned} d[(0,-2) : 5x - 12y + 2 = 0] &= \frac{|5 \cdot 0 - 12 \cdot -2 + 2|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} \\ &= \frac{26}{13} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$x^2 + (y+2)^2 = 4$$

6. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $(-4, -1)$ y que es tangente a la recta $3x + 2y - 12 = 0$

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Reemplazando el centro $C(-4, -1)$ en la fórmula general de l circunferencia tenemos que:

$$(x+4)^2 + (y+1)^2 = r^2$$

Determinamos el radio de la circunferencia, utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta" como sigue:

$$\begin{aligned} d[(-4,-1) : 3x + 2y - 12 = 0] &= \frac{|3 \cdot -4 + 2 \cdot -1 - 12|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} \\ &= 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x+4)^2 + (y+1)^2 = 52$$

7. Encuentre la ecuación de la circunferencia de radio 5 y que tiene como centro el punto de intersección de las rectas $3x - 2y - 24 = 0$ y $2x + 7y + 9 = 0$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Determinamos el centro de nuestra circunferencia, resolviéndo el sistema de ecuaciones entre $3x - 2y - 24 = 0$ y $2x + 7y + 9 = 0$, tenemos que el centro es el punto $(6, -3)$. Reemplazando el centro $C(6, -3)$ y el radio 5 en la fórmula general tenemos que la ecuación de la circunferencia esta dada por:

$$(x-6)^2 + (y+3)^2 = 25$$

8. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(7, -5)$ y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas $7x - 9y - 10 = 0$ y $2x - 5y + 2 = 0$.

   $\boxed{\textbf{Solución:}}$ Determinamos el centro de nuestra circunferencia, resolviéndo el sistema de ecuaciones entre $7x - 9y - 10 = 0$ y $2x - 5y + 2 = 0$, tenemos que el centro es el punto $(4, 2)$. Reemplazando el centro $C(4, 2)$ en la fórmula general tenemos que:

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 = r^2$$

   Como la ecuación de la circunferencia pasa por el punto $(7, -5)$ tenemos que:

$$\begin{aligned} r^2 &= (7-4)^2 + (-5-2)^2 \\ r^2 &= 58 \\ r &= \sqrt{58} \end{aligned}$$

   Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 = 58$$

9. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro se encuentra sobre el eje x y que pasa por los puntos $(1, 3)$ y $(4, 6)$.

   $\boxed{\textbf{Solución:}}$ Tenemos que el centro de nuestra circunferencia es de la forma $C(a, 0)$. Por otra parte se cumple que:

$$\begin{aligned} d[(a,0):(1,3)] &= d[(a,0):(4,6)] \\ \sqrt{(a-1)^2 + (0-3)^2} &= \sqrt{(a-4)^2 + (0-6)^2} \\ (a-1)^2 + (0-3)^2 &= (a-4)^2 + (0-6)^2 \\ a^2 - 2a + 1 + 9 &= a^2 - 8a + 16 + 36 \\ 6a &= 42 \\ a &= 7 \end{aligned}$$

   Luego, el centro de nuestra circunferencia es $C(7, 0)$. Por otra parte, calculamos el radio como sigue:

$$\begin{aligned} r &= d[(7,0):(1,3)] \\ r &= \sqrt{(7-1)^2 + (0-3)^2} \\ r &= \sqrt{45} \end{aligned}$$

   Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x-7)^2 + y^2 = 45$$

10. Una circunferencia pasa por los puntos $(-3,3)$ y $(1,4)$ y su centro está sobre la recta $3x-2y-23=0$. Hallar su ecuación.

Solución: Como el centro $C(h,k)$ pasa por la recta $3x-2y-23=0$, se cumple que $3h-2k-23=0$. Por otra parte se cumple que:

$$\begin{aligned}
d[(h,k):(-3,3)] &= d[(h,k):(1,4)]\\
\sqrt{(h+3)^2+(k-3)^2} &= \sqrt{(h-1)^2+(k-4)^2}\\
(h+3)^2+(k-3)^2 &= (h-1)^2+(k-4)^2\\
h^2+6h+9+k^2-6k+9 &= h^2-2h+1+k^2-8k+16\\
6h-6k+18 &= -2h-8k+17\\
8h+2k+1 &= 0
\end{aligned}$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones entre $3h-2k-23=0$ y $8h+2k+1=0$. Tenemos que $h=2$ y $k=-\dfrac{17}{2}$. Luego el centro es $C(2,-\frac{17}{2})$. Por otra parte, calculamos el radio como sigue:

$$\begin{aligned}
r &= d\left[\left(2,-\frac{17}{2}\right):(1,4)\right]\\
r &= \sqrt{(2-1)^2+\left(-\frac{17}{2}-4\right)^2}\\
r &= \sqrt{\frac{629}{4}}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x-2)^2+\left(y-\frac{17}{2}\right)^2=\frac{629}{4}$$

11. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(7,-5)$ y es tangente a la recta $x-y-4=0$ en el punto $(3,-1)$.

Solución: Tomando las relaciones $d[(h,k):(7,-5)]=d[(h,k):(3,-1)]$ y $d[(h,k):x-y-4=0]=d[(h,k):(7,-5)]$ y resolviéndo el sistema de ecuaciones, llegamos a la solución:

$$(x-5)^2+(k+3)^2=8$$

12. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre la recta $6x+7y-16=0$ y es tangente a cada una de las rectas $8x+15y+7=0$ y $3x-4y-18=0$.

Solución: Como el centro $C(h,k)$ pasa por la recta $6x+7y-16=0$, se cumple que $6h+7k-16=0$. Por otra parte, se cumple que:

$$\begin{aligned}
d[(h,k):8x+15y+7=0] &= d[(h,k):3x-4y-18=0]\\
\frac{|8h+15k+7|}{17} &= \frac{|3h-4k-18|}{5}
\end{aligned}$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones, llegamos a las siguientes soluciones:

$$(x-3)^2+(y+\frac{2}{7})=\frac{121}{49}$$

$$(x-5)^2+(k+2)^2=1$$

13. Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por los tres puntos $(-1,1)$, $(3,5)$ y $(5,-3)$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Sea $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ la circunferencia pedida. Como los tres puntos pasan por la circunferencia, se cumple que:

$$(-1-h)^2+(1-k)^2=r^2$$
$$(3-h)^2+(5-k)^2=r^2$$
$$(5-h)^2+(-3-k)^2=r^2$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones tenemos que: $h=\dfrac{16}{5}$, $y=\dfrac{4}{5}$ y $r=\sqrt{\dfrac{442}{25}}$.

Por lo tanto, nuestra ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$\left(x-\frac{16}{5}\right)^2+\left(y-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{442}{25}$$

.

14. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(6,2)$, $(8,0)$ y cuyo centro está sobre la recta de ecuación $3x+7y+2=0$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Como el centro $C(h,k)$ pasa por la recta $3x+7y+2=0$, se cumple que $3h+2y+2=0$. Por otra parte se cumple que:

$$\begin{aligned}
d[(h,k):(8,0)] &= d[(h,k):(6,2)]\\
\sqrt{(h-8)^2+(k-0)^2} &= \sqrt{(h-6)^2+(k-2)^2}\\
(h-8)^2+(k-0)^2 &= (h-6)^2+(k-2)^2\\
h^2-16h+64+k^2 &= h^2-12h+36+k^2-4k+4\\
h-k &= 6
\end{aligned}$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones, tenemos que $h=4$, $k=-2$. Por otra parte, determinamos el radio de la circunferencia, utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta" como sigue:

$$\begin{aligned}
d[(4,-2):(8,0)] &= \sqrt{(4-8)^2+(-2-0)^2}\\
r &= \sqrt{20}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x-4)^2+(y+2)^2=20$$

15. Demostrar que las circunferencias $x^2+y^2+4x+6y-23=0$ y $x^2+y^2-8x-10y+25=0$ son tangentes.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Completando cuadrados tenemos que la circunferencia de ecuación $x^2+y^2+4x+6y-23=0$ tiene centro $C_1(-2,-3)$ y radio $r_1=6$. La circunferencia de ecuación $x^2+y^2-8x-10y+25=0$ tiene centro $C_2(4,5)$ y radio $r_2=4$. Calculando la distancia entre los dos centros tenemos que:

$$\begin{aligned}
d[(-2,-3):(4,5)] &= \sqrt{(-6)^2+(-8)^2}\\
&= \sqrt{10}\\
&= r_1+r_2
\end{aligned}$$

Luego, las dos circunferencias son tangentes.

16. Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2+y^2+2x-2y-39=0$ en el punto $(4,5)$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Completando cuadrados tenemos que la circunferencia de ecuación $x^2+y^2+2x-2y-39=0$ tiene centro $C(-1,1)$ y radio $r=\sqrt{41}$. La pendiente de la recta formada por los puntos $(-1,1)$ y $(4,5)$ es $\dfrac{4}{5}$, por lo tanto, la pendiente de nuestra recta es $-\dfrac{5}{4}$. Luego, la recta es de la forma $y=-\dfrac{5x}{4}+n$. Reemplazando el punto $(4,5)$ en la recta tenemos que $n=10$. Por lo tanto, la recta buscada es $y=-\dfrac{5x}{4}+10$.

17. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(11,4)$ y es tangente a la circunferencia $x^2+y^2-8x-6y=0$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Sea $y=mx+n$ o en su defecto $mx-y+n=0$ la recta pedida. Como pasa por el punto $(11,4)$, entonces se cumple que $11m+n=4$. Utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta" tenemos que:

$$\begin{aligned} d[(4,3): mx-y+n=0] &= 5 \\ \frac{|4m-3+n|}{\sqrt{m^2+1}} &= 5 \\ (4m-3+n)^2 &= 25m^2+25 \end{aligned}$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones, llegamos a las soluciones: $y=-\dfrac{3x}{4}+\dfrac{49}{4}$ o $y=\dfrac{4x}{3}-\dfrac{32}{3}$.

18. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por $(-1,-4)$ y $(2,-1)$ y cuyo centro está sobre la recta $4x+7y+5=0$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Como el centro (h,k) pasa por la recta de ecuación $4x+7y=5$, se cumple que $4h+7k+5=0$. Utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta" tenemos que:

$$\begin{aligned} d[(h,k):(-1,-4)] &= d[(h,k):(2,-1)] \\ (h+1)^2+(k+4)^2 &= (h-2)^2+(k+1)^2 \\ h+k=-2 & \end{aligned}$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones tenemos que $h=-3$ y $k=1$. Luego, se sigue que el radio es $r=\sqrt{29}$. Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x+3)^2+(y-1)^2=29$$

19. Una circunferencia de radio $\sqrt{13}$ es tangente a la circunferencia $x^2+y^2-4x+2y-47=0$ en el punto $(6,5)$. Hallar su ecuación.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Completando cuadrados en la ecuación de circunferencia dada tenemos que $C(2,-1)$ y $r=2\sqrt{13}$. La pendiente de la recta formada por los puntos $(2,-1)$ y $(6,5)$ es $\frac{3}{2}$. Luego, tenemos la relación $\dfrac{k-5}{h-6}=\dfrac{3}{2}$, es decir, $h=\dfrac{2k+8}{3}$. Reemplazando esta relación en la ecuación y resolviéndo, llegamos a las soluciones $h=4,k=2$ o $h=8,k=8$. Por lo tanto, las soluciones quedan determinadas por:

$$(x-4)^2+(y-2)^2=13$$

$$(x-8)^2+(y-8)^2=13$$

20. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(1,4)$ y es tangente a la circunferencia $x^2+y^2+6x+2y+5=0$ en el punto $(-2,1)$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Completando cuadrados en la ecuación de la circunferencia dada tenemos que: $C(-3,-1)$ y $r=\sqrt{5}$. Utilizando la fórmula "Distancia entre dos puntos" tenemos que:

$$\begin{aligned} d[(h,k):(1,4)] &= d[(h,k):(-2,1)] \\ h+k &= 2 \end{aligned}$$

La pendiente de la recta formada por los puntos $(-3,-1)$ y $(-2,1)$ es 2. Luego, tenemos que $\dfrac{k-1}{h+2}=2$. Resolviéndo el sistema de ecuaciones, llegamos a la solución:

$$(x+1)^2+(y-3)^2=5$$

21. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(5,9)$ y es tangente a la recta $x+2y-3=0$ en el punto $(1,1)$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Utilizando la fórmula "Distancia entre dos puntos" tenemos que:

$$\begin{aligned} d[(h,k):(5,9)] &= d[(h,k):(1,1)] \\ (h-5)^2+(k-9)^2 &= (h-1)^2+(k-1)^2 \\ h+2k &= 13 \end{aligned}$$

Por otra parte, se cumple la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \frac{|h+2k-3|}{\sqrt{1^2+2^2}} &= \sqrt{(h-1)^2+(k-1)^2} \\ (h+2k-3)^2 &= 5(h-1)^2+5(k-1)^2 \end{aligned}$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones, tenemos que: $h=3$ y $k=5$. Calculamos el radio utilizando la distancia desde el centro al punto $(1,1)$. Luego, el radio es $r=\sqrt{20}$. Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x-3)^2+(y-5)^2=20$$

22. Una circunferencia de radio 5 pasa por los puntos $(0,2)$ y $(7,3)$. Hallar la ecuación de dicha circunferencia.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Sea $(x-h)^2+(y-k)^2=25$ la ecuación de la circunferencia pedida. Reemplazando los puntos $(0,2)$ y $(7,3)$ y resolviéndo el sistema de ecuaciones tenemos las siguientes soluciones:

$$(x-4)^2+(y+1)^2=25$$

$$(x-3)^2+(y-6)^2=25$$

23. Determinar el valor del parámetro k tal que la recta $2x+3y+k=0$ sea tangente a la circunferencia $x^2+y^2+6x+4y=0$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Completando cuadrados, tenemos que el centro de la circunferencia $x^2+y^2+6x+4y=0$ es $(-3,-2)$ y $r=\sqrt{13}$. Utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta" se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} d[(-3,-2):2x+3y+k=0] &= \sqrt{13} \\ \frac{|k-12|}{\sqrt{13}} &= \sqrt{13} \\ |k-12| &= 13 \\ k=25 &\vee k=-1 \end{aligned}$$

24. Desde el punto $A(-2,-1)$ se traza la tangente a la circunferencia $x^2+y^2-6x-4y-3=0$. Si B es el punto de tangencia, encuentre la longitud del segmento AB.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Completando cuadrados, tenemos que el centro de la circunferencia $x^2+y^2-6x-4y-3=0$ es $(3,2)$ y $r=4$. Utilizando Teorema de Pitagorás, conclúimos que $AB=3\sqrt{2}$.

25. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(6,1)$ y es tangente a cada una de las rectas $4x-3y+6=0$ y $12x+5y-2=0$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta" tenemos que:

$$\begin{aligned} d[(h,k):4x-3y+6=0] &= d[(h,k):12x+5y-2=0] \\ \frac{|4h-3k+6|}{5} &= \frac{|12h+5k-2|}{13} \end{aligned}$$

Tomando la relación: $d[(h,k):(6,1)] = d[(h,k):4x-3y+6=0]$ y resolviéndo el sistema de ecuaciones, llegamos a las soluciones:

$$(x-3)^2+(k-1)^2=9$$

$$(x-48)^2+(y+\frac{37}{8})=\frac{114921}{64}$$

26. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por lo puntos $(-3,-1)$, $(5,3)$ y es tangente a la recta $x+2y-13=0$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Tomando la relación: $d[(h,k):(-3,-1)] = d[(h,k):(5,3)]$, tenemos que $2h+k=3$. Por otra parte, tomando la relación $d[(h,k):(5,3)] = d[(h,k):x+2y-13=0]$ y resolviéndo el sistema de ecuaciones, tenemos las siguientes soluciones:

$$(x-1)^2+(k-1)^2=20$$

$$(x-\frac{19}{4})^2+(y+\frac{13}{2})=\frac{1445}{16}$$

27. Determinar la ecuación de la circunferencia que es tangente a la recta $4x-3y-26=0$ en el punto $(5,-2)$ y además su centro se ubica en la recta de ecuación $y=x+1$.

$\boxed{\textbf{Solución:}}$ Como el centro (h,k) pasa por la recta $y=x+1$, entonces se cumple que $k=h+1$. Por otra parte, entablamos la siguiente relación:

$$\begin{aligned} d[(h,k):(5,-2)] &= d[(h,k):4x-3y-26=0] \\ \sqrt{(h-5)^2+(k+2)^2} &= \frac{|4h-3k-26|}{5} \\ 5(h-5)^2+5(k+2)^2 &= (4h-3k-26)^2 \end{aligned}$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones, llegamos a las siguientes soluciones:

$$(x+11)^2 + (y+10)^2 = 320$$

$$\left(x - \frac{61}{9}\right)^2 + \left(y - \frac{70}{9}\right) = \frac{8000}{81}$$

28. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 15 = 0$ y que pasa por el punto de tangencia $(1, 2)$.

Solución: Completando cuadrados tenemos que el centro de la circunferencia es el punto $(-1, -2)$. La pendiente de la recta formada por $(-1, -2)$ y $(1, 2)$ es 2. Por lo tanto, la pendiente de nuestra recta es $-\frac{1}{2}$. Reemplazando el punto $(1, 2)$, tenemos que la recta pedida es $y = \dfrac{-x}{2} + \dfrac{5}{2}$.

29. Hallar la ecuación de la circunferencia tangente a las rectas $x + y + 4 = 0$, $7x - y + 4 = 0$ y que tiene su centro en la recta de ecuación $4x + 3y - 2 = 0$.

Solución: Como el centro (h, k) pasa por la recta $4x+3y-2 = 0$, entonces se cumple que $4h+3k-2 = 0$. Utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta" tenemos que:

$$\begin{aligned}
d[(h,k) : x + y + 4 = 0] &= d[(h,k) : 7x - y + 4 = 0] \\
\frac{|h + k + 4|}{\sqrt{2}} &= \frac{|7h - k + 4|}{\sqrt{50}} \\
\frac{(h + k + 4)^2}{2} &= \frac{(7h - k + 4)^2}{50}
\end{aligned}$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones, llegamos a las siguientes soluciones:

$$(x+4)^2 + (k-6)^2 = 18$$

$$(x-2)^2 + (k+2)^2 = 88$$

30. Determine la ecuación de la circunferencia de centro $(0, -2)$ y que es tangente a la recta $5x - 12y + 2 = 0$.

Solución: Resuelto en Ejercicio 5.

31. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $P_1(2, 3)$ y $P_2(-1, 1)$ con centro situado en la recta $x - 3y - 11 = 0$.

Solución: Como $C(h, k)$ pasa por la recta $x - 3y - 11 = 0$, se cumple que $h - 3k - 11 = 0$. Utilizando la fórmula "Distancia entre dos puntos" tenemos que:

$$\begin{aligned}
d[(h,k) : (2,3)] &= d[(h,k) : (-1,1)] \\
6h + 4k &= 11
\end{aligned}$$

Resolviéndo el sistema de ecuaciones, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x - \frac{7}{2})^2 + (y + \frac{5}{2}) = \frac{65}{4}$$

32. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por $(5,9)$ y sea tangente a la recta $x+2y-3=0$ en el punto $(7,2)$.

    $\boxed{\textbf{Solución:}}$ Tomando la relación: $d[(h,k):(5,9)] = d[(h,k):(1,1)]$ y $d[(h,k):x+2y-3=0] = d[(h,k):(1,1)]$, llegamos a la solución:

$$(x-3)^2+(k-5)^2=20$$

33. Hallar la ecuación de la circunferencia de radio 10 tangente a la recta $3x-4y-13=0$ en el punto $(7,2)$.

    $\boxed{\textbf{Solución:}}$ Tomando las relaciones $d[(h,k):(7,2)] = 10$, $d[(h,k):3x-4y-13=0]$ y resolviéndo el sistema de ecuaciones, llegamos a las soluciones:

$$(x-13)^2+(k+6)^2=100$$

$$(x-1)^2+(k-10)^2=100$$

34. Hallar la ecuación de la circunferencia concéntrica a la circunferencia $x^2+y^2-4x+6y-17=0$ que sea tangente a la recta $3x-4y+7=0$.

    $\boxed{\textbf{Solución:}}$ Completando cuadrados, tenemos que el centro para ambas circunferencias es el punto $(2,-3)$. Calculamos el radio utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta", tenemos que $r=5$. Luego, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x-2)^2+(y+3)^2=25$$

.

35. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre la recta $6x+7y-16=0$ y que es tangente a las rectas $8x+15y+7=0$ y $3x-4y-18=0$.

    $\boxed{\textbf{Solución:}}$ Como el centro $C(h,k)$ pasa por la recta $6x+7y-16=0$, se cumple que: $6h+7k-16=0$. Utilizando la fórmula "Distancia Punto - Recta" tenemos que:

$$\begin{aligned} d[(h,k):8x+15y+7=0] &= d[(h,k):3x-4y-18=0] \\ \frac{|8h+15k+7|}{17} &= \frac{|3h-4k-18|}{5} \end{aligned}$$

    Resolviéndo el sistema de ecuaciones, llegamos a las soluciones $h=3, k=-\frac{2}{7}$ o $h=5, k=-2$. Luego, la ecuación de la circunferencia queda determinada por:

$$(x-3)^2+(y+\frac{2}{7})=\frac{121}{49}$$

$$(x-5)^2+(k+2)^2=1$$